Artículo

MENSAJES OCULTOS EN π

> «—¿Los ceros y los unos por último se interrumpen y se vuelve a la secuencia de números al azar? – Al ver una expresión de aliento en el rostro masculino, ella se apresuró a seguir. – Y la cantidad de ceros y de unos, ¿es producto de los números primos?
>
> — Sí, de once de ellos.
>
> — ¿Sugieres que existe un mensaje en once dimensiones oculto en lo más profundo del número pi, que alguien del universo se comunica mediante... la matemática? Explícame más, porque me cuesta comprender. La matemática no es arbitraria, o sea que pi debe tener el mismo valor en cualquier parte. ¿Cómo es posible esconder un mensaje dentro de pi? Está inserto en la trama del universo.
>
> — Exacto».
>
> Carl Sagan, *Contact*

Jesús M. Landart Ercilla

Que yo sepa, Carl Sagan fue el primero en imaginar que dentro de la infinita ristra de decimales de π (pi) podían existir mensajes ocultos, colocados por alguien lo suficientemente poderoso como para «diseñar» de alguna manera esta constante básica del universo de forma que porte interiormente un mensaje.

Por supuesto, la idea de Sagan era parte de la trama de una novela de ciencia ficción, sin pretensión alguna de realidad.

Estamos hablando de una relativamente buena novela de ciencia ficción. Si mucha gente confunde la realidad con la fantasía incluso en las malas novelas, como «El código da Vinci», qué no pasará con las buenas. Actualmente existe gente buscando mensajes extraterrestres en el interior de π, o incluso mensajes de Dios. Lo curioso es que estos mensajes realmente existen dentro de π. Vamos a explicar por qué. Y para ello, necesitaremos un poco de teoría.

Un número **trascendente** es un número real que no es raíz de ningún polinomio de coeficientes enteros, entendiendo por raíz de un polinomio a cualquier valor que sustituido por la variable del polinomio, lo anula.

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105
8209749445923078164062862089986280348253421170679821
48086513282306647093844609550582231725359408128481117
45028410270193852110555964462294895493038196442881097
56659334461284756482337867831652712019091456485669234
60348610454326648213393607260249141273724587006606315
58817488152092096282925409171536436789259036001133053
05488204665213841469519415116094330572703657595919530
92186117381932611793105118548074462379962749567351885
75272489122793818301194912983367336244065664308602139
49463952247371907021798609437027705392171762931767523
84674818467669405132000568127145263560827785771342757
78960917363717872146844090122495343014654958537105079
22796892589235420199561121290219608640344181598136297
74771309960518707211349999998372978049951059731732816
0963185950244594553469083026425223082533446850352619
31188171010003137838752886587533208381420617177669147
303598253490428755468731159562863882353787593751957 7
818577805321712268066130019278766111959092164201989...

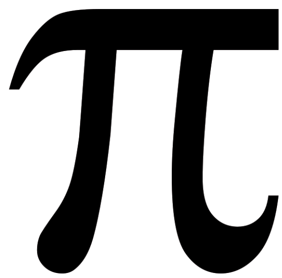
El número π se compone de infinitos dígitos distribuidos al azar (Archivo).

Por ejemplo, el 3 es raíz del polinomio siguiente:

$$P(x)= 6x-18$$

Pues si sustituimos el 3 por la x, obtenemos que

$$P(3)=0$$



El símbolo griego *PI* representa a uno de los más fascinantes números de las matemáticas (Archivo).

Los que sí son raíces de polinomios se denominan **algebraicos**, y pueden ser tanto racionales como irracionales. Es curioso que siendo tan grande el número de polinomios posibles (de cualquier grado), casi todos los reales son trascendentes.

Esta último frase parece vaga y fuera del rigor matemático («**casi todos**»), pero no lo es en absoluto. Cuando decimos que «**casi todos**» los reales cumplen una propiedad, cuando decimos que una propiedad se cumple **casi por doquier**, o cuando decimos que un suceso se producirá **casi seguro** estamos afirmando que tal cosa se cumple, o se produce para todo número, en todo punto o en todo caso excepto en un **conjunto de medida cero**. Y es que una vez más, la teoría de la medida está detrás de este asunto.

El motivo por el que casi todo número real es trascendente es que el conjunto de todos los polinomios es numerable, y como cada polinomio tiene una cantidad numerable de raíces, el conjunto de éstas también lo es. Dado que el conjunto de los reales NO es numerable, la potencia de los trascendentes es mayor, y de hecho, copa toda la medida de R. Los algebraicos son humo fractal dentro de los reales.

Nuestro protagonista, π, además de **trascendente** parece ser que es **normal**, lo que quiere decir que en su expansión decimal, los diez dígitos aparecen con igual frecuencia[1] . Esto es una conjetura pendiente de demostrar. Demostrar la normalidad de un número no es cuestión sencilla. No obstante, el número de decimales conocido (muchos millones de ellos) demuestra que la truncación de π a esos decimales es normal. La verdadera sorpresa sería la demostración futura de la no normalidad de π.

Admitamos la conjetura de normalidad en π. La infinita ristra de dígitos de la expansión decimal es aleatoria, en el sentido de que tiene las mismas propiedades que una ristra conseguida al azar. Imaginemos que estamos buscando una secuencia concreta de **n** dígitos en π. Tomada una secuencia cualquiera de **n** dígitos, la probabilidad de que coincida con la que buscamos es de una entre 10 elevado a **n**. Probabilidad pequeña para **n** grande, pero mayor que cero. Es muy fácil demostrar que un suceso de probabilidad mayor que cero llega a producirse si se efectúan suficientes pruebas, de hecho, se produce infinitas veces si las pruebas son infinitas.

Sea p la probabilidad de un suceso cualquiera. Calculemos la probabilidad P(n) de que dicho suceso se produzca al menos una vez en n intentos.

$$\mathbf{P(n)=1-(1-p)^n}$$

Esto es: la probabilidad pedida es uno menos la probabilidad de que no se produzca en ninguno de los n intentos, y esta última vale $\mathbf{(1-p)^n}$ (No se produce la primera, con probabilidad (1-p), ni la segunda, con la misma probabilidad, y así n veces).

Por muy pequeño que sea p, si n es suficientemente grande, $\mathbf{(1-p)^n}$ se acercará a cero todo lo que queramos, y **P(n)** por lo tanto a la unidad, a la certeza absoluta.

Así pues, podemos asegurar que tal secuencia existe realmente en algún sitio dentro de π. Lo extraordinario sería que no existiera, suponiendo la normalidad de π.

Así pues, la codificación completa de «**Lo que el viento se llevó**» en estéreo y en idioma bantú está dentro de π, además está infinitas veces, incluso con finales espurios en los que los protagonistas se quedan juntos. También está el número de la lotería de la semana que viene, la historia universal del siglo XXII, y este mismo artículo que estoy escribiendo ahora. Así como todas las historias, novelas y poemas producidos por la humanidad, que no son sino ristras de n dígitos en algún código.

El gran **Kolmogorov** postuló como definición de **complejidad** de un objeto matemático la longitud de mínimo algoritmo necesario para producirlo. Pi puede generarse con programas muy cortitos, luego encierra muy poca complejidad, y por tanto poca información. ¿Cómo podemos conjugar ambas visiones tan contrapuestas en apariencia?

Se me ocurre una forma muy sencilla de verlo. Hace poco vi en la red un archivo con el primer millón de cifras de π. Busqué en su interior mi número de teléfono (sin prefijo) usando Edición/buscar con el Word de Microsoft, y ¡allí estaba!

Puedo dar mi teléfono de dos formas: comunicando las seis cifras del mismo, o diciendo el puesto del primer dígito del mismo en el desarrollo de π. Pero para ambas cosas necesito el mismo número de cifras, puesto que mi teléfono se encontraba hacia la mitad del primer millón de dígitos, luego no ahorro cantidad de dígitos. La codificación de la película mencionada más arriba comenzará en un puesto tal que necesitaré aproximadamente la misma cantidad de dígitos para expresar el puesto del decimal a partir del cual «comienza la película» que para tener la película codificada por otro medio. Ahora es más fácil comprender que π no encierra mucha información. Al estar TODO en π, no hay nada en π. Es posible (de hecho, hemos demostrado que es matemáticamente seguro) que en un número sin estructura, ni información neta alguna existan tramos que porten cualquier cantidad de información. La solución de la aparente paradoja reside en el hecho de que «ir a mirar» a partir de un dígito concreto ¡aporta una cantidad de información similar al contenido que vamos a hallar!

Decididamente, π es fascinante, pero no es en la posible existencia de mensajes ocultos donde reside la fascinación.

Lo preocupante es que algún día alguien encontrará el puesto en el que comienza alguna codificación de la frase **«Yo soy el camino, la verdad y la vida»** en hebreo, y entonces, a ver quien es el guapo que consigue convencer a la gente que nosotros ya sabíamos que esa frase estaba dentro de π, pero que no significa nada.

(1) Esto requiere un poco más de explicación. Más exactamente: un número es **normal en una base b** si en su expansión decimal en base b todos los dígitos aparecen con la misma frecuencia, y todas las ristras posibles de n dígitos lo hacen. Podríamos hablan tan sólo de las ristras de n dígitos, pues el caso de cada dígito se daría para n=1. Un número es **normal** cuando lo es en cualquier base.